

# Peer effects или spillovers? Роль сетей в образовании, преступности, спорте и других сферах жизни

ph.ushev@gmail.com

Филипп Ущев

fushev@hse.ru

ВШЭ СПб

16.08.2021

1 Социальные сети

2 Spillovers

3 Peer effects

4 Резюме

**Наблюдение 1:** участники социально-экономических процессов – домохозяйства, топ-менеджеры фирм, работники администраций разного уровня и т.д. – **общаются друг с другом не всегда по работе!**

**Наблюдение 2:** участники этих процессов находятся на **разных расстояниях** друг от друга в **разных пространствах:**

- географическом пространстве (улица, город);
- пространстве потребительских вкусов (я люблю кофе, а кто-то любит чай);
- пространстве политических предпочтений (либералы vs консерваторы)

# Сети в экономике – это вообще о чём?

Социальные сети возникают во многих контекстах и влияют на нашу жизнь всё сильнее:

- Social media:

- ▶ Facebook: > 2 миллиардов пользователей!
- ▶ Instagram:  $\approx$  1 миллиард
- ▶ LinkedIn:  $\approx$  250 миллионов
- ▶ VKontakte:  $\approx$  5 миллионов

- Географические сети: моя “сеть” = мои соседи

- Совместная деятельность: футбол, музыка и т.д.

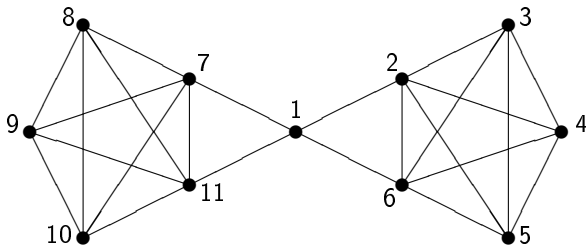
Социальные сети возникают во многих контекстах и влияют на нашу жизнь всё сильнее:

- Social media:
  - ▶ Facebook: > 2 миллиардов пользователей!
  - ▶ Instagram:  $\approx$  1 миллиард
  - ▶ LinkedIn:  $\approx$  250 миллионов
  - ▶ VKontakte:  $\approx$  5 миллионов
- Географические сети: моя “сеть” = мои соседи
- Совместная деятельность: футбол, музыка и т.д.

# Что такое сеть?

Сеть = набор **агентов** + набор **связей** (родственных, профессиональных, коммуникационных и т.д.) между ними

Условный пример:



“Сетевое” измерение  $\implies$  новые вопросы: как социальная и/или географическая структура сообщества влияет на

- производство благ?
- успехи в учёбе, спорте?
- распространение преступности, наркотиков?
- Всегда ли добавление новых связей хорошо с точки зрения общественной эффективности?

# Что такое spillovers, вообще и на сетях в частности?

- Spillovers вообще — это эффект **непроизвольной передачи** чего-либо (например, знаний, вдохновения, запаха табака при курении в общественном месте) одним агентом другому
- Важное свойство – кумулятивность (или аддитивность?): spillovers, которые я получаю от всех вас, равны сумме spillovers, полученных от каждого в отдельности
- Spillovers на сетях — это то же самое, что spillovers вообще, только с учётом **близости/расстояния/соседства** между агентами



# Модель spillovers на сетях

Источник: Ballester, C., Calvo-Armengol, A., and Y. Zenou (2006). Who is who in Networks? Wanted: the Key Player. *Econometrica* 74(5), 1403-1417. В просторечии – BCZ

BCZ – общая модель, а я расскажу простой пример

Жили-были Алиса (A), Боб (B)... и Чен (C)

И была у них вот такая коммуникативная сеть:



Модель имеет форму (страшно сказать!) некооперативной статической игры с полной информацией

По-простому это означает, что каждый участник

- выбирает своё поведение, но не имеет возможности напрямую влиять на выбор других;
- ведёт себя рационально, т.е. максимизирует свой собственный выигрыш/выгоду/полезность;
- знает всё о предпочтениях других участников

# Стратегии и выигрыши в BCZ

Выбор поведения = выбор уровня активности:  $x_A \geq 0, x_B \geq 0, x_C \geq 0$

Структура индивидуальных выигрышей:

$$\text{Выигрыш} = \text{Выпуск} - \text{Затраты}$$

$$\text{Выпуск} = \text{Продуктивность} * \text{усилия} \quad \text{Затраты} \sim \text{усилия}^2$$

$$\text{Продуктивность} =$$

врождённая продуктивность + приобретённая продуктивность

Приобретённая продуктивность  $\sim$  суммарная активность всех соседей  
данного участника

**Важно!** Коэффициент пропорциональности  $\gamma > 0$  – сила spillovers

# Стратегии и выигрыши в BCZ: поиграем в символы!

$\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C$  – врождённые продуктивности

Полезность Алисы:

$$U_A(x_A, x_B, x_C) = Z_A(\mathbf{x})x_A - \frac{1}{2}x_A^2, \quad Z_A(\mathbf{x}) \equiv \alpha_A + \gamma(x_B + x_C)$$

Полезность Боба:

$$U_B(x_A, x_B, x_C) = Z_B(\mathbf{x})x_B - \frac{1}{2}x_B^2, \quad Z_B(\mathbf{x}) \equiv \alpha_B + \gamma x_A$$

Полезность Чена:

$$U_C(x_A, x_B, x_C) = Z_C(\mathbf{x})x_C - \frac{1}{2}x_C^2, \quad Z_C(\mathbf{x}) \equiv \alpha_C + \gamma x_A$$

# Задача 1: уравнения равновесия

Докажите, что если равновесные (т.е. предсказываемые моделью) усилия всех трёх участников строго положительны, то они являются решением такой системы линейных уравнений:

$$x_A = \alpha_A + \gamma x_B + \gamma x_C$$

$$x_B = \alpha_B + \gamma x_A$$

$$x_C = \alpha_C + \gamma x_A$$

Подсказки:

(i) предельная выгода от дополнительной единицы усилий должна быть равна предельным затратам (ну а куда им деваться, если участники рациональны);

(ii) каждый участник рассматривает свою продуктивность как заданную (не может влиять на неё напрямую своими действиями)

# Вычислим (страшно сказать!) равновесие по Нэшу

Усилия Алисы:

$$x_A^* = \frac{1}{1-2\gamma^2} \alpha_A + \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_B + \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_C$$

Усилия Боба:

$$x_B^* = \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_A + \frac{1-\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_B + \frac{\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_C$$

Усилия Чена:

$$x_C^* = \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_A + \frac{\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_B + \frac{1-\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_C$$

# Вычислим (страшно сказать!) равновесие по Нэшу

Усилия Алисы:

$$x_A^* = \frac{1}{1-2\gamma^2} \alpha_A + \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_B + \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_C > 0?$$

Усилия Боба:

$$x_B^* = \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_A + \frac{1-\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_B + \frac{\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_C > 0?$$

Усилия Чена:

$$x_C^* = \frac{\gamma}{1-2\gamma^2} \alpha_A + \frac{\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_B + \frac{1-\gamma^2}{1-2\gamma^2} \alpha_C > 0?$$

**Опаньки!** Оказывается, надо потребовать дополнительно, что spillovers “не слишком сильны”:  $\gamma < 1/\sqrt{2}$

## Задача 2: сравнительная статика по силе spillovers

"Сравнительная статика" – неудачный, но безнадежно прочно укоренившийся в экономике термин, означающий, по сути, анализ чувствительности равновесия в ответ на возмущение некоторого параметра

Собственно задача: доказать, что равновесные усилия всех участников тем выше, чем выше сила spillovers  $\gamma$



## Задача 3: Алиса и код да Винчи

Положим  $\alpha_A = \alpha_C = 1$ . Доказать, что

- если spillovers не слишком сильны, а именно,

$$0 < \gamma < \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618 = \text{золотое сечение!}$$

то существует пороговая продуктивность Боба  $\bar{\alpha}_B(\gamma) > 0$ , такая, что при  $\alpha_B > \bar{\alpha}_B(\gamma)$  равновесные усилия Боба выше, чем у Алисы;

- если spillovers достаточно сильны, а именно,

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618 < \gamma < \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707,$$

то усилия Боба ниже усилий Алисы, независимо от продуктивности Боба

Что такое общественно эффективное состояние экономики?

**Эффективность по Парето:** состояние экономики **эффективно по Парето**, если нельзя улучшить ничьё положение, не ухудшив при этом положение другого

**Эффективность по Бентаму:** состояние экономики **эффективно по Бентаму**, если оно максимизирует сумму (или среднее арифметическое) выигрышей всех участников

Поиграем в необходимость и достаточность:

Эффективность по Бентаму  $\Rightarrow$  Эффективность по Парето  
Эффективность по Бентаму  $\nLeftarrow$  Эффективность по Парето

## Задача 4: эффективное по Бентаму состояние

1. Докажите, что эффективные по Бентаму усилия участников в экономике с силой spillovers  $\gamma$  – это в точности равновесные усилия тех же участников в экономике с силой spillovers  $2\gamma$
2. Докажите, что в равновесии каждый участник впахивает меньше, чем в эффективном по Бентаму состоянии экономики (подсказка: используйте Задачу 2)
3. Проверьте на численном примере при  $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C = 1$  и  $\gamma = 1/4$ , что в равновесии по Нэшу каждый отдельный участник получает меньшую полезность, чем в эффективном по Бентаму состоянии. Более умный способ сказать это: эффективное по Бентаму состояние есть Парето-улучшение (не единственно возможное) равновесия по Нэшу.

А в это время, где-то в параллельной  
Вселенной...

# Параллельная Вселенная: другой механизм социальных взаимодействий

На Земле-2 жили-были Анита (A), Билл (B) и Чанг (C)

И была у них такая же коммуникативная сеть, как у Алисы, Боба и Чена с Земли-1...



... но Земля-2 отличалась от Земли-1 **механизмом** социальных взаимодействий:

- Spillovers на Земле-1
- Peer effects на Земле-2

# Параллельная Вселенная: другой механизм социальных взаимодействий

На Земле-2 жили-были Анита (A), Билл (B) и Чанг (C)

И была у них такая же коммуникативная сеть, как у Алисы, Боба и Чена с Земли-1...



... но Земля-2 отличалась от Земли-1 **механизмом** социальных взаимодействий:

- **Spillovers** на Земле-1
- **Peer effects** на Земле-2

# Что такое peer effects?

- **Peer effects в образовании** – это когда **средний** балл (или средние усилия) студента тем выше, чем выше **средний** балл (или средние усилия) других студентов в его/её классе
- Понятие peer effects применимо и к другим видам деятельности:
- **Peer effects на сетях** – это когда для студента важен средний балл/средние усилия только среди его/её ближайших друзей
- **В чём разница между peer effects и spillovers?** – Для spillovers важен **кумулятивный эффект**, а для peer effects важен **средний уровень** деятельности/результата

**Источник:** Ushchev, P., and Y. Zenou (2020). Social norms in networks. *Journal of Economic Theory* 185: 104969.

**Стратегии участников** – уровни активности/усилий (как и на Земле-1)

Структура выигрышей **другая!**

Выигрыш = выпуск - затраты - штраф за "нонконформизм"

Выпуск = врождённая продуктивность \* усилия

Затраты  $\sim$  усилия<sup>2</sup>

Штраф  $\sim$  (мои усилия - средние усилия друзей)<sup>2</sup>



# Структура выигрышей: опять поиграем в символы!

Полезность Аниты:

$$U_A(x_A, x_B, x_C) = \alpha_A x_A - \frac{1}{2} x_A^2 - \frac{\theta}{2} \left( x_A - \frac{x_B + x_C}{2} \right)^2$$

Полезность Билла:

$$U_B(x_A, x_B, x_C) = \alpha_B x_B - \frac{1}{2} x_B^2 - \frac{\theta}{2} (x_B - x_A)^2$$

Полезность Чанга:

$$U_C(x_A, x_B, x_C) = \alpha_C x_C - \frac{1}{2} x_C^2 - \frac{\theta}{2} (x_C - x_A)^2$$

Параметр  $\theta > 0$  – сила peer effects

На первый взгляд: модель с peer effects по структуре очень похожа на BCZ (так же структура коммуникаций, квадратичные выигрыши и т.д.)

Цель оставшейся части лекции: показать, что spillovers и peer effects дают совершенно разные предсказания в части

- Свойств поведения участников
- Устройства общественно эффективного состояния экономики
- Policy recommendations

## Задача 5: Уравнения равновесия при peer effects на сетях

Перешкалируем силу peer effects так:

$$\lambda \equiv \frac{\theta}{1 + \theta} \quad 0 < \lambda < 1$$

Докажите, что равновесные усилия всегда положительны и всегда удовлетворяют системе:

$$x_A = (1 - \lambda)\alpha_A + \lambda \frac{x_B + x_C}{2}$$

$$x_B = (1 - \lambda)\alpha_B + \lambda x_A$$

$$x_C = (1 - \lambda)\alpha_C + \lambda x_A$$

# Вычислим равновесие по Нэшу в условиях peer effects

Усилия Аниты:

$$x_A^* = \frac{1}{1+\lambda} \alpha_A + \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\alpha_B + \alpha_C}{2}$$

Усилия Билла:

$$x_B^* = \frac{\lambda}{1+\lambda} \alpha_A + \frac{1-\lambda^2/2}{1+\lambda} \alpha_B + \frac{\lambda^2/2}{1+\lambda} \alpha_C$$

Усилия Чанга:

$$x_C^* = \frac{\lambda}{1+\lambda} \alpha_A + \frac{\lambda^2/2}{1+\lambda} \alpha_B + \frac{1-\lambda^2/2}{1+\lambda} \alpha_C$$

## Задача 6: сравнительная статика по силе spillovers

1. Покажите, что усилия Аниты возрастают/убывают по силе spillovers тогда и только тогда, когда продуктивность Аниты ниже/выше, чем среднее арифметическое из продуктивностей Билла и Чанга
2. Пусть продуктивности участников такие:

$$\alpha_A = \frac{1}{2} \quad \alpha_B = 1 \quad \alpha_C = 2$$

Покажите, что усилия Билла немонотонно варьируются по силе spillovers: сперва убывают, а потом возрастают.

## Задача 7: эффективность по Бентаму при peer effects

Пусть  $\lambda = 0.9$  (это оочень сильные peer effects)

1. Вычислите эффективное по Бентаму состояние экономики.
2. Покажите, что в равновесии все участники недорабатывают/перерабатывают тогда и только тогда, когда следующая величина отрицательна/положительна:

$$\alpha_A - \frac{\alpha_B + \alpha_C}{2}$$

3. Покажите, что в равновесии все участники недорабатывают/перерабатывают тогда и только тогда, когда корреляция продуктивности участника с числом соседей участника отрицательна/положительна

**Для справки:** результат пункта 3 верен для модели peer effects на какой угодно сети с каким угодно числом участников!

Что мы узнали? – Spillovers и peer effects – это **очень разные** механизмы социальных взаимодействий

Какой механизм более реалистичен? – Однозначного ответа нет, это эмпирический вопрос (Liu et al., 2014; Lee et al., 2018):

- Образование и преступность – peer effects matter
- Спорт и инновации – spillovers matter

Как проверять на данных одну модель против другой? – См. Liu, X., Patacchini, E., and Y. Zenou (2014). Endogenous peer effects: local aggregate or local average? *Journal of Economic Behavior and Organization* 103: 39-59.

Что мы узнали? – Spillovers и peer effects – это **очень разные** механизмы социальных взаимодействий

Какой механизм более реалистичен? – Однозначного ответа нет, это эмпирический вопрос (Liu et al., 2014; Lee et al., 2018):

- Образование и преступность – peer effects matter
- Спорт и инновации – spillovers matter

Как проверять на данных одну модель против другой? – См. Liu, X., Patacchini, E., and Y. Zenou (2014). Endogenous peer effects: local aggregate or local average? *Journal of Economic Behavior and Organization* 103: 39-59.



Что мы узнали? – Spillovers и peer effects – это **очень разные** механизмы социальных взаимодействий

- Модель spillovers  $\implies$  individual-based policies:  
субсидирование малого числа “ключевых студентов”,  
таргетирование малого числа “ключевых преступников” и т.д.
- Модель peer effects  $\implies$  пкцгз-based policies:  
акцент на установлении хороших правил, например, чартерные школы, массовые программы работы с трудными подростками и т.д.
- Предмет спора: individual-based vs group-based policies

Что мы узнали? – Spillovers и peer effects – это **очень разные** механизмы социальных взаимодействий

- Модель spillovers  $\implies$  individual-based policies:  
субсидирование малого числа “ключевых студентов”,  
таргетирование малого числа “ключевых преступников” и т.д.
- Модель peer effects  $\implies$  пкцгз-based policies:  
акцент на установлении хороших правил, например, чартерные школы, массовые программы работы с трудными подростками и т.д.
- Предмет спора: individual-based vs group-based policies

Всё, что я делал сегодня, от первого до последнего слова лекции, квалифицируется в социальных науках как

## Экономический империализм

ЭИ состоит в том, что экономисты агрессивно нарушают границы других социальных наук (например, социологии или политологии), вторгаясь в их предмет

Почему так? – **Just because we can!** у нас в руках мощные методы, применимые к анализу очень широкого круга социальных явлений

Вот и живите теперь со всем этим 😊

УСПЕХОВ И ПАРЕТО-УЛУЧШЕНИЙ ВАМ!!!